

Метод отбора

Роман Гученко

По материалам А.И.Коробейникова и В.В.Некруткина

5 марта 2024 г.

Теорема о методе отбора

Пусть

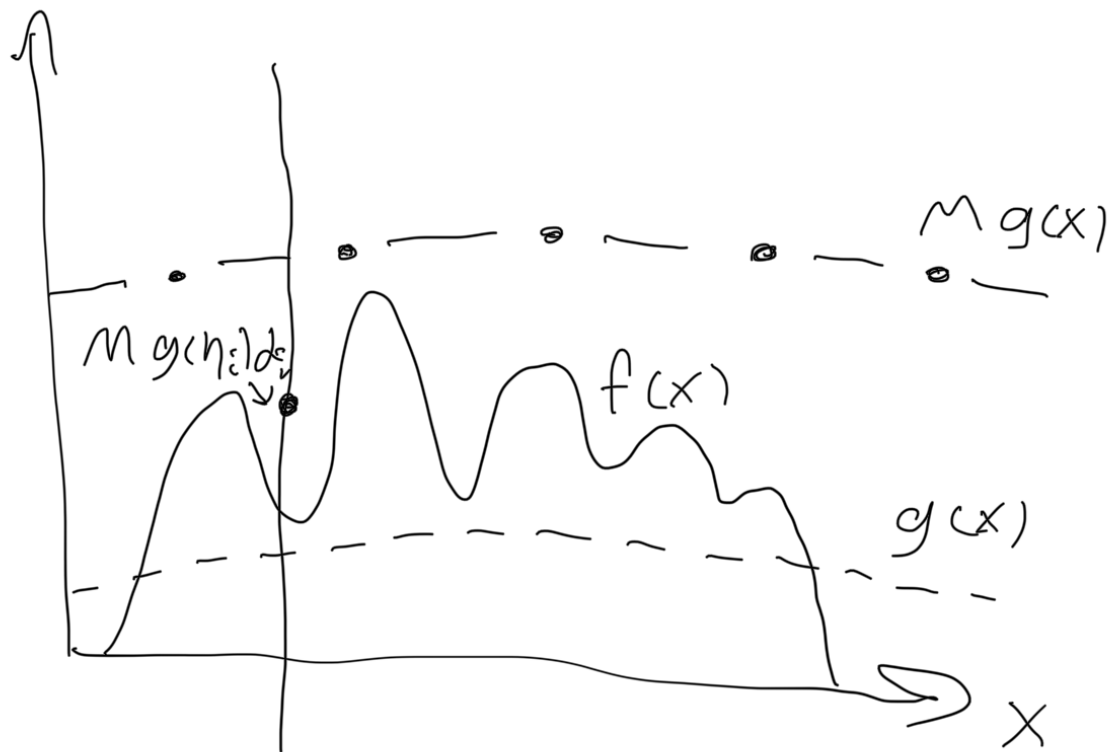
- $(\mathcal{D}, \mathcal{A})$ — некоторое измеримое пространство
- $\mathcal{P}$ и $\mathcal{Q}$ — распределения на $\mathcal{D}$
- $\exists r = \frac{d\mathcal{P}}{d\mathcal{Q}} \leq M < \infty$ — производная Радона–Никодима $\mathcal{P}$ по $\mathcal{Q}$
- $\alpha_1, \dots, \alpha_n \sim U(0, 1)$
- $\eta_1, \dots, \eta_n \sim \mathcal{Q}$
- $\tau := \min(n : r(\eta_n) > M\alpha_n)$

Тогда

- $\tau - 1 \sim \text{Geom}(1/M)$
- $\eta_\tau \sim \mathcal{P}$
- τ и η_τ — независимы

Наиболее употребительный частный случай

- $f(x)$ — плотность $\mathcal{P}$ относительно меры Лебега
- $g(x)$ — плотность $\mathcal{Q}$ относительно меры Лебега
- Если $f(x) \neq 0$, то $g(x) \neq 0$
- $r(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$
- $M = \sup_x \frac{f(x)}{g(x)}$



Возможный код 1

```
1 rf <- function(n)
2 {
3   out <- numeric(n)
4   for(i in 1:n)
5   {
6     eta <- NA
7     repeat
8     {
9       alpha <- runif(1)
10      eta <- rq(1)
11      if(r(eta) > M * alpha)
12        break
13    }
14    out[i] <- eta
15  }
16  out
17 }
```

Возможный код 2

```
1 rf <- function(n)
2 {
3   out <- numeric(0)
4   rejected <- 1:n
5   k <- length(rejected)
6   while(k > 0)
7   {
8     out[rejected] <- rq(k)
9     alpha <- runif(k)
10    rejected <- rejected[r(out[rejected]) <= M * alpha]
11    k <- length(rejected)
12  }
13  out
14 }
```

Rejection with squeezing

Адаптивный метод отбора

<https://www.math.chalmers.se/Stat/Grundutb/CTH/mve186/1415/adaptive.sampling.pdf>

- f — непрерывная дифференцируемая на $\mathcal{D}$
- $h = \log f$ — выпуклая на $\mathcal{D}$
- Пусть умеем считать h и h'

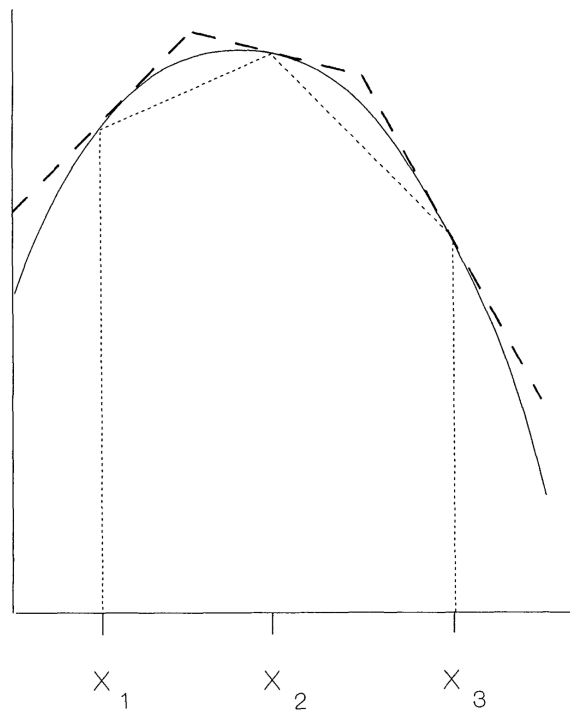


Fig. 1. A concave log-density $h(x)$, bounded on the left, showing upper and lower hulls based on three abscissae (x_1, x_2, x_3) : —, $h(x)$; — — —, upper hull; ·····, lower hull

- $l_k(x) = \frac{(x_{j+1}-x)h(x_j)}{x_{j+1}-x_j}$
- $h = \log f$ — выпуклая на $\mathcal{D}$
- Пусть умеем считать h и h'